

引用格式:Liu Jiayin, Han Bing, Hong Wen. A New Direct Solution of Range-doppler Model for SAR Image[J]. Remote Sensing Technology and Application, 2012, 27(5): 716-721. [刘佳音, 韩冰, 洪文. 一种新的 SAR 图像斜距多普勒定位模型的直接解法[J]. 遥感技术与应用, 2012, 27(5): 716-721.]

一种新的 SAR 图像斜距多普勒定位模型的直接解法

刘佳音^{1,3,4}, 韩 冰^{1,3} 洪 文^{2,3}

(1. 中国科学院空间信息处理与应用系统技术重点实验室, 北京 100190;

2. 微波成像技术国家重点实验室, 北京 100190; 3. 中国科学院电子学研究所, 北京 100190;

4. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要:斜距多普勒定位模型是实现 SAR 图像无控制点定位的基本模型, 因此如何高效准确地获得 RD 方程组的解成为实现 SAR 图像无控制点几何定位的根本问题, 也是实现 SAR 自动图像定位的关键。首先利用地固坐标系下目标速度为零的特性, 简化 RD 模型并整理为一元四次方程, 然后利用一元四次方程求根方法, 推导出斜距多普勒定位模型的明确数学解析解, 并与常用的数值迭代求解方法进行比较分析, 仿真结果验证了推导的正确性。新解法具有无需设置初始值, 易于编程实现, 鲁棒性高的特点。

关 键 词:SAR 图像; 无控制点定位; 斜距多普勒模型; 解析解; 数值迭代法

中图分类号:TP 75 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-0323(2012)05-0716-06

1 引 言

作为一种主动式微波传感器, 合成孔径雷达 (SAR) 具有不受光照和气候条件等限制实现全天候、全天候对地观测的特点, 甚至可以透过地表或植被获取其掩盖的信息。这些特点使其在农、林、水或地质、测绘等民用领域具有广泛的应用前景, 在军事领域更具有独特的优势。尤其是未来的战场空间将由传统的陆、海、空向太空延伸, 作为一种具有独特优势的侦察手段, 合成孔径雷达卫星为夺取未来战场的制信息权, 甚至对战争的胜负具有举足轻重的影响^[1]。实现 SAR 的精确定位是获得准确目标物几何特性的基础, 也是 SAR 图像得到广泛应用的重要依据。

目前, SAR 图像定位主要有两种方式: 一种是从 SAR 图像和对应的数字地图中抽取地面控制点 (GCP) 进行匹配校正来完成几何定位^[2-4]。这类方法精度高, 但需要人工介入, 过程繁琐, 尤其在某些

环境中 (例如海洋区域) 很难提取特征点, 根本无法利用 GCP 进行定位。另一种方式是利用卫星平台及 SAR 等系统参数直接进行 SAR 图像定位, 这类方法不需要 GCP, 易于实现 SAR 图像的自动几何定位, 适于工程应用。John^[5]提出的斜距-多普勒模型是实现 SAR 无参考点图像定位的主要方法。斜距多普勒模型由一组非线性多元方程组构成。如何高效准确地获得斜距多普勒方程组的解则成为实现 SAR 无参考点图像定位的基本问题, 也是实现 SAR 自动图像定位工程化的关键。

求解斜距多普勒方程组分为两类: 数值法和解析法。Alaska Satellite Facility^[6]在 SAR 地面处理系统中结合姿态采用迭代法获得解, 刘佳音等^[7]采用 broyden 拟牛顿法进行求解, 张波等^[8-9]采用将斜距多普勒方程组转化为线性化误差方程, 然后利用最小二乘法进行迭代求解。这些数值迭代方法都可以获得很高精度的解, 在工程中得到广泛应用。但

是数值法有两大缺点,一需要合理的初始值,增加了算法的复杂度;二鲁棒性差,在某些情况下需要大量(多于 70 次)迭代步骤,严重降低了算法效率。袁孝康^[10]修正了地球模型,用球体代替椭球体,从而获得近似的 RD 方程组解析解,周金萍等^[11]在袁孝康算法基础上进行了实验和精度分析,Liu 等^[12]采用了一种解析迭代相结合的方法来获得 RD 方程组的精确解。但以上解析解并没有从 RD 方程组本身出发,完整推导出 RD 方程组的解析解。

本文首先在地固坐标系下简化 RD 方程组,整理出一元四次方程,然后利用一元四次方程费拉里求根方法,完整推导出斜距多普勒定位模型的明确数学解析解。并与常用的数值迭代求解方法进行了仿真比较分析。仿真结果验证了推导的正确性,说明推导具有理论严密、适用性广的特点。

2 斜距多普勒模型

利用星历参数和 SAR 处理参数完成 SAR 图像定位的斜距-多普勒方法由斜距方程、多普勒中心频率方程、地球模型方程 3 个非线性方程组成^[5]。

(1) 多普勒方程:由 SAR 与目标之间的相对运动关系可以得到 SAR 和目标之间的多普勒中心频率。

$$fd = -\frac{2}{\lambda R}[(\mathbf{R}_s - \mathbf{R}_t) \cdot (\mathbf{V}_s - \mathbf{V}_t)] \quad (1)$$

(2) 斜距方程:SAR 具有精准的测距能力,根据 SAR 采样参数,可以准确获得每个采样的斜距值,即 SAR 与目标(反射点)之间的距离。

$$R^2 = |\mathbf{R}_s - \mathbf{R}_t|^2 \quad (2)$$

(3) 地球模型:地球常常等效为一个椭球体,目标是这个椭球体上的一个点。根据这个条件,可以获得目标三维位置的约束方程。

$$\frac{R_{tx}^2 + R_{ty}^2}{R_e^2} + \frac{R_{tz}^2}{R_p^2} = 1 \quad (3)$$

其中: fd 为多普勒中心频率, λ 为 SAR 的微波波长, R 为 SAR 与目标点之间的距离, \mathbf{R}_s 为 SAR 的位置矢量, $\mathbf{R}_s = [R_{sx}, R_{sy}, R_{sz}]^T$, \mathbf{R}_t 为目标的位置矢量, $\mathbf{R}_t = [R_{tx}, R_{ty}, R_{tz}]^T$, \mathbf{V}_s 为 SAR 的速度矢量, $\mathbf{V}_s = [V_{sx}, V_{sy}, V_{sz}]^T$, \mathbf{V}_t 为目标的速度矢量, $\mathbf{V}_t = [V_{tx}, V_{ty}, V_{tz}]^T$ 。

3 解析求解方法

3.1 解析方法及流程

对斜距多普勒模型的非线性方程组主要采用数值迭代的方法对目标位置进行求解,这种方法简洁

清楚,在有效的初始值情况下可以快速迭代得到正确的解,因此该方法被广泛应用在工程中。但是数值法存在需要合理初始值和迭代次数不稳定两大缺点,其次只有完整推导出非线性方程组的解析解,才能准确把握导致目标定位的各种误差源,为 SAR 系统仿真及分析提供依据。

本文利用地固坐标系下,目标速度为零的特性,将 RD 方程组简化为以下 3 个方程:

$$fd = -\frac{2}{\lambda R}[(R_{sx} - R_{tx}) \cdot V_{sx} + (R_{sy} - R_{ty}) \cdot V_{sy} + (R_{sz} - R_{tz}) \cdot V_{sz}] \quad (4)$$

$$R^2 = (R_{sx} - R_{tx})^2 + (R_{sy} - R_{ty})^2 + (R_{sz} - R_{tz})^2 \quad (5)$$

$$\frac{R_{tx}^2 + R_{ty}^2}{R_e^2} + \frac{R_{tz}^2}{R_p^2} = 1 \quad (6)$$

通过整理式(4)~(6)组成的非线性方程组,消去变量并联立方程后,获得一个一元四次方程,然后利用一元四次方程费拉里求根方法^[13-14],求解出有效实根后,代入其他方程,求出其他变量,推导出斜距多普勒方程组的解析解。

根据整理得到关于 R_{ty} 的一元四次方程:

$$R_{ty}^4 + p \cdot R_{ty}^3 + q \cdot R_{ty}^2 + r \cdot R_{ty} + s = 0 \quad (7)$$

其中:

$$p = \frac{F_4^2(P_1 Q_2 + P_2 Q_1) - 2F_1 F_2}{F_4^2 P_1 P_2 - F_1^2}$$

$$q = \frac{F_4^2(P_1 R_2 + Q_1 Q_2 + P_2 R_1) - 2F_1 F_3 - F_2^2}{F_4^2 P_1 P_2 - F_1^2}$$

$$r = \frac{F_4^2(Q_1 R_2 + R_1 Q_2) - 2F_2 F_3}{F_4^2 P_1 P_2 - F_1^2}$$

$$s = \frac{F_4^2 R_1 R_2 - F_3^2}{F_4^2 P_1 P_2 - F_1^2},$$

$$F_1 = M^2 - (K_3^2 + 1)^2 P_1 - (T_3^2 + 1)^2 P_2$$

$$F_2 = 2MN - (K_3^2 + 1)^2 Q_1 - (T_3^2 + 1)^2 Q_2$$

$$F_3 = N^2 - (K_3^2 + 1)^2 R_1 - (T_3^2 + 1)^2 R_2$$

$$F_4 = 2(K_3^2 + 1)(T_3^2 + 1)$$

$$M = (K_3^2 + 1)T_3 T_4 - (T_3^2 + 1)K_3 K_4$$

$$N = R_{sx}(T_3^2 + 1)(K_3^2 + 1) - T_2 T_3(K_3^2 + 1) + K_3 K_4 R_{sy}(T_3^2 + 1) - K_2 K_3(T_3^2 + 1)$$

$$P_1 = -(T_3^2 + T_4^2 + 1)$$

$$Q_1 = 2T_2 T_4$$

$$R_1 = T_1 T_3^2 - T_2^2 + T_1$$

$$P_2 = -(K_3^2 + K_4^2 + 1)$$

$$Q_2 = 2R_{sy}(K_3^2 + K_4^2 + 1) - 2K_2 K_4$$

$$R_2 = -(K_3^2 + K_4^2 + 1)R_{sy}^2 + 2K_2 K_4 R_{sy} + K_1 K_3^2 - K_2^2 + K_1$$

$$K_1 = R^2$$

$$K_2 = -\frac{\lambda \cdot R \cdot fd}{2 \cdot V_{sz}}$$

$$K_3 = \frac{V_{sx}}{V_{sz}}$$

$$K_4 = \frac{V_{sy}}{V_{sz}}$$

$$T_1 = R_e^2$$

$$T_2 = \frac{R_e}{R_p} \left(R_{sz} + \frac{\lambda \cdot R \cdot fd}{2 \cdot V_{sz}} + \frac{V_{sx}}{V_{sz}} R_{sx} + \frac{V_{sy}}{V_{sz}} R_{sy} \right)$$

$$T_3 = \frac{V_{sx}}{V_{sz}} \cdot \frac{R_e}{R_p}$$

$$T_4 = \frac{V_{sy}}{V_{sz}} \cdot \frac{R_e}{R_p}$$

利用一元四次方程费拉里求根方法^[13-14], 对式(7)进行代数根求解, 导出斜距多普勒方程组的解析解:

$$R_{ty} = \frac{-\left(\frac{p}{2} + a\right) + \sqrt{\left(\frac{p}{2} + a\right)^2 - 4 \cdot (k + b)}}{2} \quad (8)$$

$$R_{tx} = \frac{(T_2 T_3 - T_3 T_4 R_{ty}) \pm \sqrt{-(T_3^2 + T_4^2 + 1)R_{ty}^2 + 2T_2 T_4 R_{ty} + T_1 T_3^2 - T_2^2 + T_1}}{T_3^2 + 1} \quad (8)$$

$$R_{tz} = \frac{V_{sx}}{V_{sz}}(R_{sx} - R_{tx}) + \frac{V_{sy}}{V_{sz}}(R_{sy} - R_{ty}) + R_{sz} - K_2 \quad (9)$$

其中: $m = \frac{pr - 4s}{4} - \frac{q^2}{12}$

$$n = -\frac{q^3}{108} + \frac{prq - 4sq}{24} - \frac{p^2s}{8} + \frac{qs}{2} - \frac{r^2}{8}$$

$$k = \sqrt[3]{-\frac{n}{2} + \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{m^3}{27}}} - \sqrt[3]{-\frac{n}{2} - \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{m^3}{27}}}$$

$$b = -\sqrt{k^2 - s}$$

$$a = \frac{pk - r}{2b}$$

的条件进行判断。对基于 RD 模型建立的非线性方程组解析解的推导过程可以分为 4 个步骤:

- (1) 基于 RD 模型, 建立非线性方程组。
- (2) 分别联立方程, 并整理方程组, 得到一元四次方程。
- (3) 根据费拉里解法, 求解一元四次方程, 并判断出有效的实根。
- (4) 代入其他方程, 分别求出其他两个变量, 最终得到方程组的解析解。

式(9)中的正负解根据 SAR 天线左视或者右视 图 1 是 RD 非线性方程组的解析求解流程图。

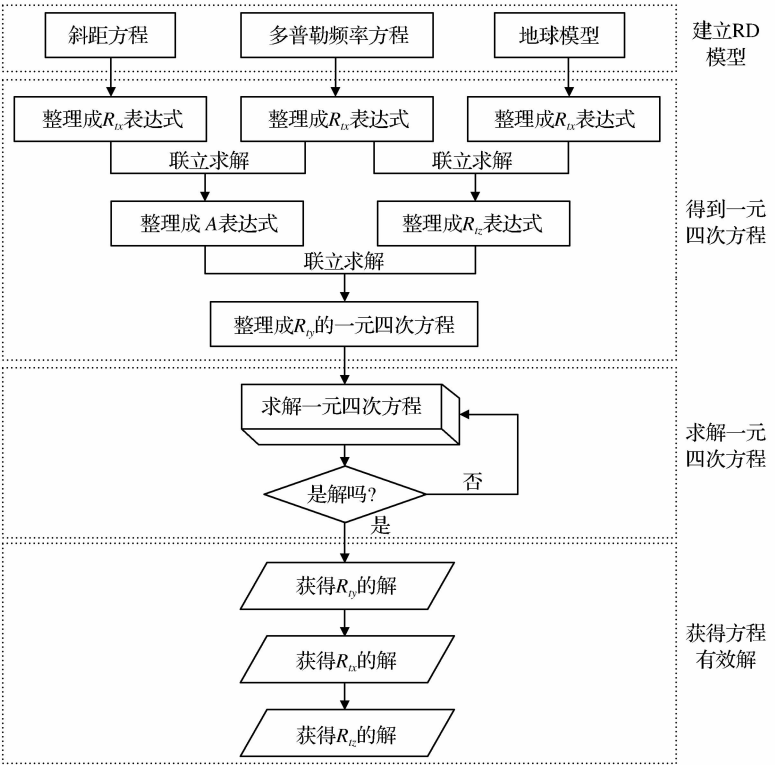


图 1 RD 非线性方程组的解析求解流程图

Fig. 1 Flow chart of analysis solving RD non-linearity equations

3.2 实现要点

本文通过利用地固坐标系下目标速度为零的特性,对斜距多普勒模型进行修正,从而获得完整解析解。该方法不同以往解析方法^[10-11]对地球模型进行近似,是在椭球地球模型基础上,根据费拉里求根方法^[13-14]推导出斜距多普勒非线性方程组的解析解。

该方法的实现要点在于对于一元四次方程(4)非真实值的剔除。首先根据根的实虚性剔除一元四次方程的两个虚根,然后根据卫星左视或者右视的前提条件剔除另一个无效实根。如果 SAR 是左视,将式(6)得到的 R_{tx} 与卫星的 x 方向位置 R_{sx} 进行比较,升轨时正确解 R_{tx} 小于 R_{sx} ,降轨时正确解 R_{tx} 大于 R_{sx} ;如果 SAR 是右视,将式(6)得到的 R_{tx} 与卫星的 x 方向位置 R_{sx} 进行比较,升轨时正确解 R_{tx} 大于 R_{sx} ,降轨时正确解 R_{tx} 小于 R_{sx} 。

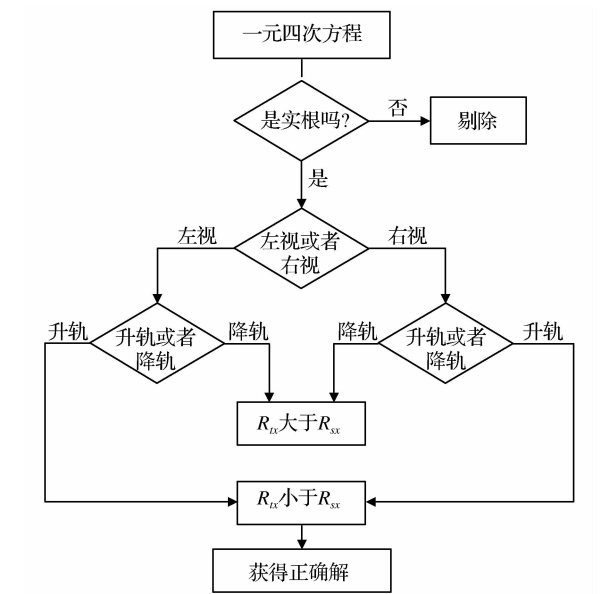


图 2 非真实值剔除方法
Fig. 2 The method of eliminating the error

4 仿真

4.1 仿真条件

对基于 RD 模型的数值迭代方法和解析方法进行仿真验证。首先设置轨道参数和 SAR 参数(表 1),然后通过星地几何关系计算卫星运行一个周期的目标位置以及对应的多普勒中心频率和斜距,接着将目标的斜距和多普勒中心频率代入方程,分别采用数值迭代方法和解析方法求解目标的位置,最后比较两种方法所得结果与仿真结果之间的差别,从而验证解析解推导的正确性。

在 PIV 3.0 GHz 主频,2 G 内存,Matlab7.1 平台

上进行仿真。每隔 10 s 仿真一组,共仿真 609 组。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters	
参数	数值
轨道半长轴/m	7 203 090
轨道偏心率	0.0011
轨道倾角/°	98.7
运行周期/s	6 080
天线视角/°	35
波长/m	0.24

4.2 数值解仿真结果

初始值设置根据姿态计算得到的目标位置,迭代阈值设置为 1.0×10^{-5} ,则卫星运行一个周期(共 609 组位置)迭代时间为 2.3 s。图 3 为卫星运行不同位置时,数值求解对应的迭代次数。图 4 为卫星运行不同位置时,数值求解的迭代精度。

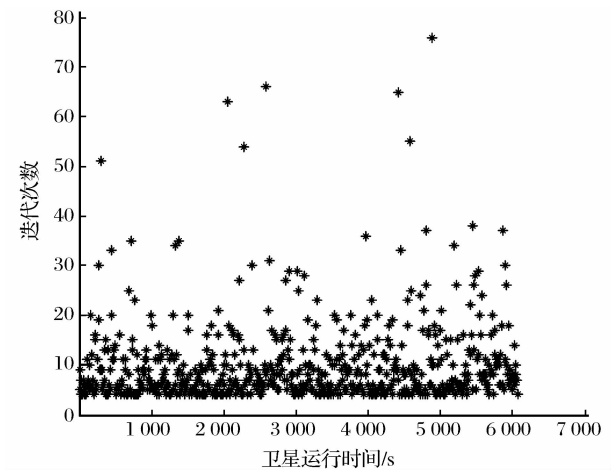


图 3 数值求解对应的迭代次数
Fig. 3 Iterative number of numerical solution

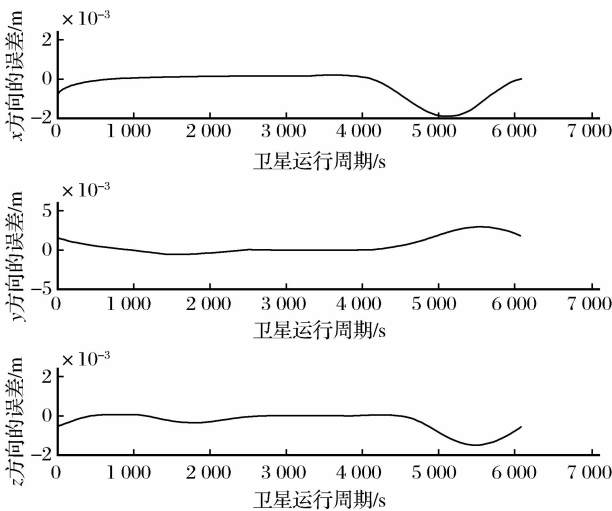


图 4 数值求解的迭代精度
Fig. 4 Iterative accuracy of numerical solution

从图 3、4 的仿真结果可以看出,采用本文第三节介绍的方法,迭代基本收敛,大部分在迭代 30 次后有效收敛,获得方程组的解。迭代精度 x 方向小于 0.002 m, y 方向小于 0.005 m, z 方向小于 0.002 m。但在某些情况下,迭代次数超过 50 次,影响算法效率。

4.3 解析解仿真结果

根据本文第三节推导的求解公式,则卫星运行一个周期求解目标位置时间为 0.25 s。图 5 为卫星运行不同位置时,代数求解得到的解析解的误差。图 6 为卫星运行不同位置时,解析解与迭代解之间的误差。

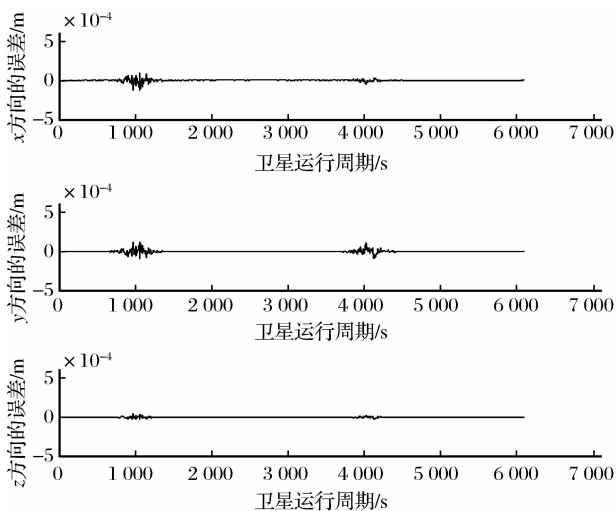


图 5 解析解的误差

Fig. 5 The accuracy of analytical solution

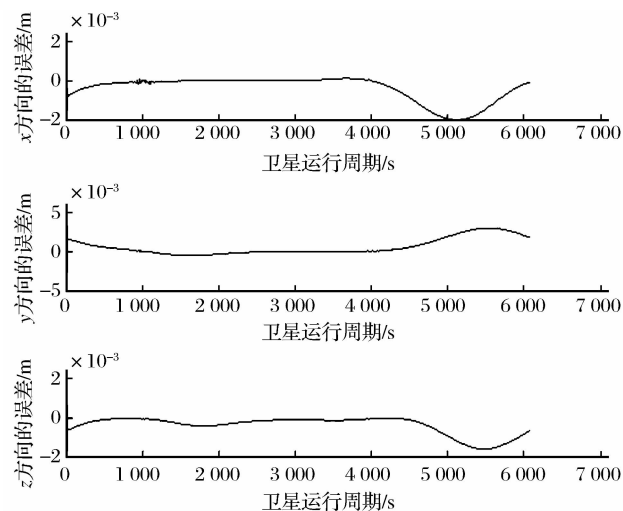


图 6 解析解与数值解之间的误差

Fig. 6 The accuracy between analytical solution and numerical solution

从图 5 仿真结果可以看出,本文利用一元四次方程求根公式,推导出斜距多普勒非线性方程组的

解析解准确, x 方向误差小于 0.0002 m, y 方向误差小于 0.00015 m, z 方向误差小于 0.00005 m。而且解析求解比迭代求解速度更快。从图 6 仿真结果可以看出,解析解与迭代解的结果一致, x 方向相差小于 0.002 m, y 方向相差小于 0.005 m, z 方向相差小于 0.002 m。

5 结 语

本文利用一元四次方程的求根方法,推导出斜距多普勒非线性方程组的解析解,为用于 SAR 定位的斜距多普勒模型提出一种新的解法。根据本文分析及仿真结果得到如下结论。

(1) 该方法计算公式解析,无需迭代计算,鲁棒性好,计算效率高。

(2) 该方法推导出斜距多普勒模型的完整数学表达式,对 SAR 图像定位具有普适意义,并为 SAR 图像定位误差分析提供了基础,对 SAR 系统仿真分析及几何质量预估具有较好的实用意义。

参考文献 (References):

- [1] Zhu Liang, Guo Wei, Yu Weidong. Analysis of SAR Satellite Development History and Tendency [J]. Modern Radar, 2009, 31(4): 5-10. [朱良, 郭巍, 禹卫东. 合成孔径雷达卫星发展历程及趋势分析[J]. 现代雷达, 2009, 31(4): 5-10.]
- [2] You Hongjian, Ding Chibiao, Fu Kun. SAR Image Localization Using Rigorous SAR Collinearity Equation Model [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2007, 36(2): 158-162. [尤红建, 丁赤彪, 付琨. SAR 图像对地定位的严密共线方程模型[J]. 测绘学报, 2007, 36(2): 158-162.]
- [3] Zhang Bo, Wang Chao, Zhang Hong, et al. High Quality Ortho-rectification Production for High Resolution SAR Image [J]. Remote Sensing Technology and Application, 2009, 24(1): 93-96. [张波, 王超, 张红, 等. 高分辨率 SAR 正射影像制作精度控制[J]. 遥感技术与应用, 2009, 24(1): 93-96.]
- [4] Zhang Guo, Fei Wenbo, Li Zhen, et al. Analysis and Test of the Substitutability of the RPC Model for the Rigorous Sensor Model of Spaceborne SAR Imagery [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, 39(3): 264-269. [张过, 费文波, 李贞, 等. 用 RPC 替代星载 SAR 严密成像几何模型的试验与分析[J]. 测绘学报, 2010, 39(3): 264-269.]
- [5] John C. Curlander Location of Spaceborne SAR Imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1982, 20(3): 359-364.
- [6] Coert Olmsted: Alaska SAR Facility Scientific SAR User's Guide [EB/OL]. <http://www.asf.alaska.edu/reference/general/SciSARUserGuide.pdf>, 1997.
- [7] Liu Jiayin, Hong Wen, Liu Xiufang. An Improving Range-Doppler Algorithm for Automated Geocoding SAR Images

- [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2004, 26(9): 272-277. [刘佳音, 洪文, 刘秀芳. 用于自动地理编码的改进斜距—多普勒算法[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(9): 272-277.]
- [8] Zhang Bo, Zhang Hong, Wang Chao, *et al.* New Solution to Location of Spaceborne Synthetic Aperture Radar Image[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2006, 21(1): 1-5. [张波, 张红, 王超, 等. 一种新的星载 SAR 图像定位求解方法[J]. 电波科学学报, 2006, 21(1): 1-5.]
- [9] Zhang Yaotian, Sun Jinping, Mao Shiyi. Study on Direct Location Algorithm for Airborne SAR Image[J]. Signal Processing, 2009, 25(4): 669-673. [张耀天, 孙进平, 毛士艺. 机载 SAR 图像直接定位算法研究[J]. 信号处理, 2009, 25(4): 669-673.]
- [10] Yuan Xiaokang. The Location Method for Targets in Satellite-borne SAR[J]. Aerospace Shanghai, 1997, 6: 51-57. [袁孝康. 星载合成孔径雷达的目标定位方法[J]. 上海航天, 1997, 6: 51-57.]
- [11] Zhou Jinping, Tang Linli, Li Chuanrong. Development of Two Practical R-D Location Model and Precision Comparison Between Them[J]. Journal of Remote Sensing, 2001, 5(3): 191-19. [周金萍, 唐伶俐, 李传荣. 星载 SAR 图像的两种实用化 RD 定位模型及其精度比较[J]. 遥感学报, 2001, 5(3): 191-196.]
- [12] Liu X, Ma H B, Sun W D. Study on the Geolocation Algorithm of Space-Borne SAR Image [C]//The International Workshop on Intelligent Computing in Pattern Analysis/Synthesis. Xi'an, 2006: 270-280.
- [13] Zhou Zhihong. Accurate Analysis of Two Root Algorithms on Solving Quartic Equation[J]. Journal of Yangtze University (Natural Science Edition), 2009, 6(3): 5-6. [周志宏. 一元四次方程 2 种根式求解算法的精度分析[J]. 长江大学学报(自然科学版), 2009, 6(3): 5-6.]
- [14] Gu Chaohao. Mathematic Dictionary[M]. Shanghai: Shanghai Dictionary Press, 1993. [谷超豪. 数学词典[M]. 上海: 上海辞书出版社, 1993.]

A New Direct Solution of Range-doppler Model for SAR Image

Liu Jiayin^{1,3,4}, Han Bing^{1,3}, Hong Wen^{2,3}

(1. Key Laboratory of Technology on Geo-spatial Information Processing and Application System, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. National Key Laboratory of Microwave Imaging Technology, Beijing 100190, China;

3. Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

4. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The Range-doppler model is a basic model for SAR image locating without GCP. So obtaining the solution of RD equations accurately and efficiently is an essential question for SAR image location without GCP. It is also the key step of SAR automated image location. In this paper, the RD model has been simplified to quartic equation with one variable based on the characteristic that the object's velocity equals to zero in Earth Centered Rotating. The paper deduces an analytical solution of Range-doppler model by solving the quartic equation. This paper compares the analytical solution with numerical solution by simulation. The results show the analytical solution is feasible and validity. The new solution has three advantages: no setting initial value, easy to programming realization and high robustness.

Key words: SAR Image; Geocoding without GCP; Range-doppler model; Analytical solution; Numerical iterative solution